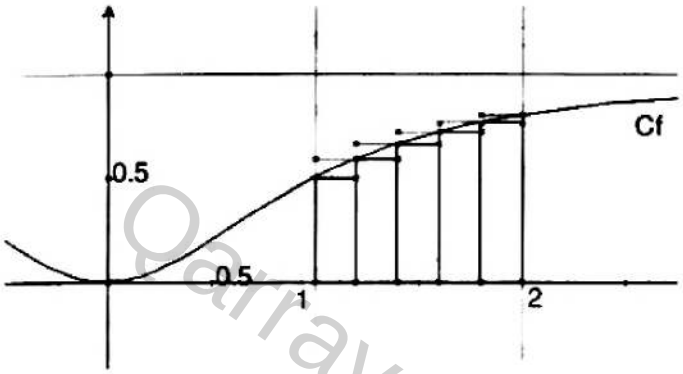
EX 17 :

1) $f(x)=\frac{x^2}{1+x^2}$; $D_f = IR$

$f'(x)=\frac{2x}{(1+x^2)^2}$

f est paire

x	0		+∞
f'(x)	0	+	0
f(x)	0	↗	1



2) a) $A=\int_1^2 f(x)dx$

$1 \le x \le 2 \Rightarrow f(1) \le (x) \le f(2)$

(car f est croissante sur $[1,2]$)

$\Rightarrow \frac{1}{2} \le f(x) \le \frac{4}{5} \le 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \le f(x) \le 1$

d'où $\int_1^2 \frac{1}{2}dx \le \int_1^2 f(x)dx \le \int_1^2 dx \Rightarrow \frac{1}{2} \le A \le 1$

b) a_i : l'aire du rectangle r_i

A_i :l'aire du rectangle R_i

$\sum_{k=1}^{5} a_i \le A \le \sum_{k=1}^{5} A_i$

$\sum_{k=1}^{5} a_i = (0,2)\times f(1)+(0,2).f(1,2)+(0,2).f(1,4)$

$+(0,2).f(1,6)+(0,2).f(1,8)$

$=(0,2).[f(1)+f(1,2)+f(1,4)+f(1,6)+f(1,8)]$

$\sum_{k=1}^{5} A_i = (0.2).[f(1,2)+f(1,4)+f(1,6)+f(1,8)+f(2)]$

(calculatrice)

EX 18 :

$U_n=\int_0^1 \frac{x^n}{(x^2+1)^2}dx$; $(n \ge 1)$

1) $0 \le x \le 1 \Rightarrow 0 \le x^2 \le 1 \Rightarrow 1 \le 1+x^2 \le 2$

$\Rightarrow 1 \le (1+x^2) \le 4 \Rightarrow \frac{1}{4} \le \frac{1}{(1+x^2)^2} \le 1$

$\Rightarrow 0 \le \frac{1}{(1+x^2)^2} \le 1 \Rightarrow 0 \le \frac{x^{2n+1}}{(1+x^2)^2} \le x^{2n+1}$

2) pour $x \in [0,1]$

$0 \le \frac{x^n}{(1+x^2)^2} \le x^n$

$\Rightarrow 0 \le U_n \le \int_0^1 x^4 dx \Rightarrow 0 \le U_n \le \left[\frac{1}{n+1}x^{n+1}\right]_0^1$

$\Rightarrow 0 \le U_n \le \frac{1}{n+1}$

$\lim_{t\to+\infty} \frac{1}{n+1}=0 \quad \Rightarrow \quad \lim_{t\to+\infty} U_n = 0$

EX 19 :

$U_0=\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$

$U_n=\int_0^{\frac{\pi}{4}} x^n.\cos 2x dx$

1) $U_{n+1}=\int_0^{\frac{\pi}{4}} x^{n+1}.\cos 2x\, dx$

$0 \le x \le \frac{\pi}{4} \Rightarrow 0 \le x \le 1 \Rightarrow x^{n+1} \le x^n$

$\Rightarrow x^{n+1}.\cos 2x \le x^n.\cos 2x \quad (\cos 2x \ge 0)$

d'où $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x^{n+1}.\cos 2x\, dx \le \int_0^{\frac{\pi}{4}} x^n.\cos 2x\, dx$

$\Rightarrow U_{n+1} \le U_n$

(U_n) est décroissante

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn